

数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスへの着目とその具体化

小原 舞音・森本 明

レジリエンスに着目する教育的な意義は、算数・数学の授業過程ならびに数学的に問題解決する過程で、困惑に直面し生じる不安の情意変化を、聴覚障害児童生徒が受け止め、ポジティブにとらえ、解決過程の遂行に向けて目の前の状況を変えていこうとする情動を促したり支えたりすることにある。本研究は、数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスについての基礎的検討であり、その目的は、数学的に問題解決する場面を具体的に設定し、解決者の情動の様相を探る事例研究を通して、レジリエンスを具体化し、それをとらえる視点の一端を明らかにすることにある。三角形の周長を最小にする3つの頂点の位置を解決者が明らかにする場面を設定し、この解決過程で困惑に直面し生じる不安の情意変化を解決者がどのように受け止め、どうとらえ、解決過程の遂行に向けて目の前の状況を変えていこうとするかを分析する。その際、解決者には自らの情意変化をモニタリングすること、目の前にあった状況を振り返って表出することを求める必要があった。そのため、その求めに応じることができる解決者として、まずは児童生徒とせず、本研究では数学教師をめざす大学生を調査対象として、データを収集、分析することとした。事例研究を通して、数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスがより具体化され、それをとらえる視点としてレジリエンスが生じる契機が解決者による行為にあることが示唆された。

キー・ワード：数学的に問題解決する過程 困惑 不安 レジリエンス 自己効力感 自尊心

1 はじめに

算数・数学の授業過程ならびに数学的に問題解決する過程では、児童生徒一人一人に、発動されるものの見方・考え方があり、それらは目に見える、耳に聞こえるかたちで必ずしも表出されるわけではない。だからこそ教師は、児童生徒一人一人に発動されるものの見方・考え方を授業過程ならびに数学的に問題解決する過程でとらえ、掘り起こし、児童生徒が互いに見方・考え方を吟味し合い、見方・考え方を分かち合う過程を具現したいと願う。その一方で、その過程において児童生徒の心の取り組みにも着目し、児童生徒や授業過程に漂っている不安や困惑を教師が察知し、互いに共感し合い、授業を展開することを具現したいと願う(森本・小原他,2023)。

従来の授業研究や数学的活動デザインでは、児童生徒の算数・数学の学習や理解の状況を、できる・わかる・使えるなど、それらの質や変容を、主に認知的側面に着目しとらえ、児童生徒一人一人への算数・数学の学習や理解をうながす教師の働きかけを

創意工夫する取り組みが多くなされてきた。その一方で、児童生徒の算数・数学の学習や理解の状況を、自信や不安など、それらの質や変容など、主に情意的側面に着目しとらえ、児童生徒一人一人への算数・数学の学習や理解をうながす教師の働きかけを創意工夫する取り組みは、認知的側面に着目して行うことと比べると少なかったように思われる。

本研究は、児童生徒における学習や理解の情意的側面に光を当て、児童生徒や授業過程に漂っている不安や困惑を教師が察知し、互いに共感し合い、授業を展開することの具現に向けた研究である。本研究では、レジリエンスを児童生徒における自己効力感の向上や自尊心の育成の鍵となる概念であるととらえ、数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスに着目する。レジリエンスに着目する教育的な意義は、算数・数学の授業過程ならびに数学的に問題解決する過程で、困惑に直面し生じる不安の情意変化を、聴覚障害児童生徒が受け止め、ポジティブにとらえ、解決過程の遂行に向けて目の前の状況

を変えていこうとする情動を促したり支えたりすることにある。

本研究は、数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスについての基礎的検討であり、その目的は、数学的に問題解決する過程を具体的に設定することで、解決者の情動の様相を探る事例研究を通して、レジリエンスを具体化し、それをとらえる視点の一端を明らかにすることにある。

2 数学的に問題解決する過程における不安の情意変化をとらえる理論的枠組み

数学教育研究では、数学的に問題解決する過程とその実践の研究が、数学的な考え方の育成に関する研究（例えば、松原,1990）と併行して、理論と実践の往還の積み重ねによって、進展してきた（例えば、中島,1985）。

この数学的に問題解決する過程には、自信や不安などの質や変容、情意変化、がともなう。児童生徒が問題解決に際し、解決を遂行しようとするもののその遂行がすぐにはうまくいかない、問題解決する過程の遂行の中断が余儀なく生じる局面がある。その局面で児童生徒は困惑に直面し、不安に耐える状況が児童生徒に生じる。数学的に問題解決する過程で、児童生徒はこうした困惑や不安に出会ったり、耐えたりする経験を積む。

McLeod(1989)は論文「数学的問題解決において情意が果たす役割」の中で問題解決における情意的側面の理解の重要性を次のように指摘している；

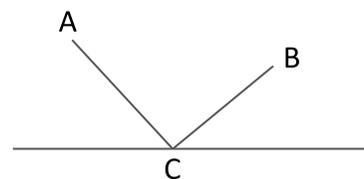
「低い成績の生徒が特に懸念されるが、すべての生徒、強い生徒でさえも、学習における情意の役割に応じる必要がある。中学校の教師から収集された逸話的な証拠によれば、過去に数学でうまくやっていた一部の生徒は、慣れ親しんでいない、より難しい問題に取り組みなければならなくなると、突然自信を完全に失うことがあるという。~途中略~ したがって、情意に関する研究は、特に一部の生徒、問題解決が得意でない生徒、にとって重要であるとともに、問題解決における情意的側面の問題の理解は大部分の生徒に利益をもたらすであろう」
(p.33)

Grouws(1989) はまた、論文「選抜された中学校数学教師の問題解決の授業実践と生徒の情意」の中で問題解決における情意的側面の理解の重要性を次のように指摘している；

「情意変数は数学の問題解決において重要である。一部の生徒にとっては、情意変数それ自体が重要であり、また別の一部の生徒にとっては、情意変数が主に生産的な問題解決行動を促進するために重要である」(p.149)
McLeod(1989)や Grouws(1989)の指摘にもあるように、問題解決における情意的側面の理解は重要で、一部の児童生徒というよりも大部分の児童生徒に利益をもたらすことが期待される。

本研究では、子どもが数学的に問題解決する過程の遂行の中断に目を向け、中断の際に生じる不安の情意変化を、Fig.1に示すように、Schoenfeld(1992)が数学の問題解決過程に影響を与えるものにとらえた信念を介して、問題解決の主体である子どもが認知する自己が置かれた問題解決の状況と自己が期待する問題解決の状況、それらの状況の間の違いについての価値判断（ギャップの程度の評価）、これらの一連の自己評価から生じるとしてとらえる（小原,2024）。この不安の情意変化の理論的枠組みを、2つの線分の長さの和を最小にする点の位置を明らかにする解決者ゆき^{註1}における情動の様相を例に、次に具体的に説明する。

一直線の一方の側に2点AとBが与えられたとき、その2点AとBを直線上の点Cと結び、その長さの和 $AC+BC$ を最小にするには点Cをどのようにとればよいでしょうか。



この問題は、ヘロンの最短経路の問題（Heron's Shortest Distance Problem）である。ヘロンの最短経路の問題とは、直線の一方の側に2点AとBが与えられたとき、その2点AとBを直線上の点Cと結び、その長さの和 $AC+BC$ を最小にするには点Cをどのようにとればよいかという問題である。

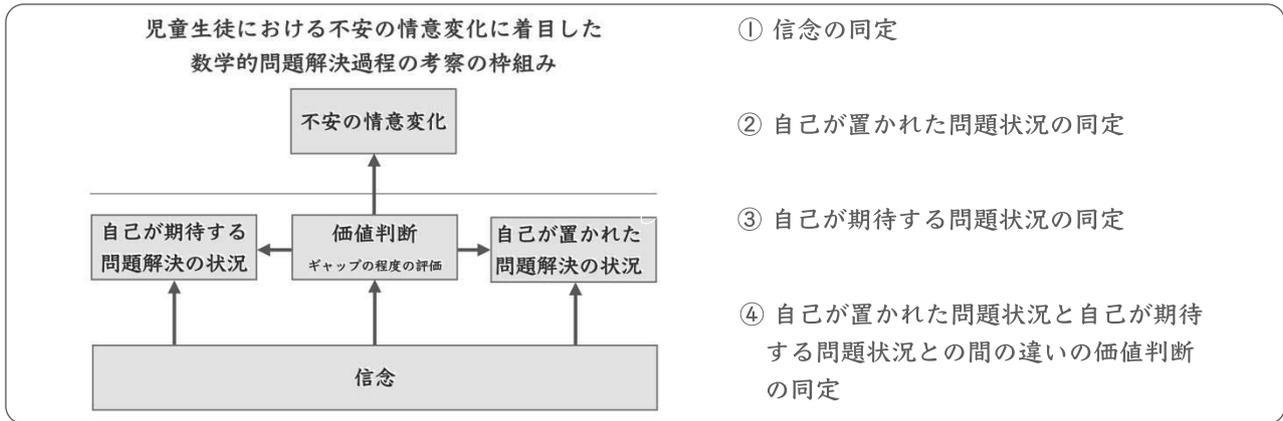


Fig.1 不安の情意変化の分析に基づく数学的活動をとらえる枠組み

$AC+BC$ を最小にする点 C は、点 B を直線に対して対称移動した点 B' を用いることで容易にみつけることができる。 $AC+BC$ の長さは $AC+B'C$ の長さに等しく、 $AC+BC$ を最小にするには $AC+B'C$ が最小の場合、つまり $AB'C$ が直線になるように点 C をとる場合、である。

ゆきをはじめに、 xy 座標を導入し、直線を x 軸として、3 点 A と B 、 C にそれぞれ (a, b) 、 (c, d) 、 $(p, 0)$ の座標を与えている。そうすることで $AC+BC$ を式に表し解決を試みようとするものの、途中で手が止まり、ゆきの解決過程の遂行が中断する。

ゆきには「数学では与えられた時間内に解決することが大切である」という信念があると想定され、その信念から、この局面でも、ゆきには、「この問題を与えられた一定時間内に解決したい」という自己が期待する問題解決の状況がある。その一方で、 $AC+BC$ を式に表すことができたものの、その長さを最小にする座標をどのように決めればよいか、「解決に向けた発想や方針、糸口がみえず、自分には解決できそうにない」という自己が置かれた問題解決の状況がある。「解決に向けた発想や方針、糸口がみえず、自分には解決できそうにない」という自己が置かれた問題解決の状況と「数学では与えられた時間内に解決することが大切である」という信念においては、解決を遂行しようとするもののその遂行がうまくいかない、ゆきにとって問題解決する過程の中断が余儀なく生じていた状況であると考えられる。ゆきは自己が期待する問題解決の状況と自己が置かれた問題解決の状況とのギャップの程度の評価をし、

- ① 信念の同定
- ② 自分が置かれた問題状況の同定
- ③ 自分が期待する問題状況の同定
- ④ 自分が置かれた問題状況と自己が期待する問題状況との違いの価値判断の同定

不一致として価値判断し、ゆきには不安の増加が生じていると考えられる。

3 分析するデータの収集と分析の方法

(1) データの収集

調査対象者は、国立大学で数学教師をめざし教職課程を履修している学部2年次の大学生ペア3組6名である。本研究は、数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスについての基礎的検討であり、その目的は、数学的に問題解決する過程を具体的に設定することで、解決者の情動の様相を探る事例研究を通して、レジリエンスを具体化し、それをとらえる視点の一端を明らかにすることにある。具体的に設定した問題解決場面で困惑に直面し生じる不安の情意変化を、解決者がどのように受け止め、どうとらえ、解決過程の遂行に向けて目の前の状況を変えていこうとするかを分析する。その際、解決者には自らの情意変化をモニタリングすること、目の前にあった状況を振り返って表出することを求める必要があった。そのため、その求めに応じることができる解決者として、まずは児童生徒とせず、本研究では数学教師をめざす大学生を調査対象者として、データを収集、分析することとした。

分析するデータは、複数の種類のもので構成し、それらを突き合わせて事例を分析できるようにした。具体的には、①個別による解決（7分）の際に対象者によりワークシートに記載された文章と図、式、②個別による解決を振り返り対象者により記載された不安グラフ^{註2}（6分）、その後の③ペアによる解決

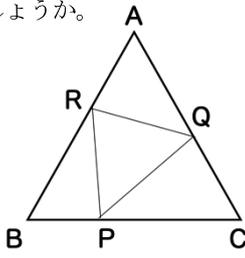
(15分)の際に対象者によりワークシートに記載された文章と図、式、④ペアによる解決を振り返り対象者により記載された不安グラフ(6分)、⑤解決後に Google フォームによる事後アンケートに対象者による回答として記載された文章、⑥個別のインタビューにおける対象者による応答を記録した音声、である。

データの収集にあたっては、研究目的を調査対象者に説明したうえで、手続きや手法により、対象者の保護に適切に配慮し、無記名調査等とすることで個人情報を取り扱わないこと、音声データの収集では、個人や団体が特定されないこととした。

(2) 設定した数学的に問題解決する具体的な場面

設定した数学的に問題解決する具体的な場面は「三角形の周長を最小にするには3頂点をどのようにとればよいか」の問題で構成することとし、調査対象者には次のように提示した。

1 辺の長さが1の正三角形 ABC があります。辺 BC、CA、AB 上にそれぞれ点 P、Q、R をとります。このとき、 $PQ+QR+RP$ を最小にするには、3点 P、Q、R をどのようにとればよいでしょうか。



この問題は、ヘロンの最短経路の問題に関連した問題である。対象者は、これまでに、このヘロンの最短経路の問題を紐解くアイデアを経験していると思われた。しかしながら、必ずしも設定した数学的に問題解決するこの具体的な場面で、このアイデアを想起できるとは限らない、仮に想起できたとしても、解決の一般性を損なうことなく解決の過程を記述するには相応の困惑が生じるであろうと想定されたため、この場面を選定した。解決に向けた発想や方針、糸口がみえそうでみえない、解決に向けた考えを論理的あるいは具体的に説明できそうでできない、など解決する過程の遂行の中断、不安の情

意変化が生じると考え、この場面を設定した。

(3) 分析の方法

本研究では、数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスを事例において具体化し、それをとらえる視点の一端を明らかにすることをねらう。そのために、文献調査だけではなく大学生3組6名を調査対象者として数学的な問題解決の過程に関する調査を行い、得られた複数の種類のデータを突き合わせて事例を分析する。個別による解決を振り返り対象者により記載された不安グラフとペアによる解決を振り返り対象者により記載された不安グラフを中心に数学的に問題解決する過程における情意変化を把握するとともに、解決後に Google フォームによる事後アンケートに対象者による回答として記載された文章と、個別のインタビューにおける対象者による応答を記録した音声データから、その情意変化における自己の置かれた問題解決の状況、自己が期待する問題解決の状況について把握する。また、個別による解決(7分)の際にワークシートに対象者により記載された文章と図、式と、ペアによる解決の際に対象者によりワークシートに記載された文章と図、式から自己の置かれた状況や自己が期待する状況の認知的側面について把握する。

4 事例研究

調査対象者は大学生ペア3組6名であるが、限られた誌面の都合上、本稿ではペア1組2名、健と想、の個別での解決の事例に焦点化し取り上げ、事例研究の過程を詳述する。

(1) 健における数学的に問題解決する過程

健は個別での解決の後に、自己の個別での問題解決を振り返って Fig.2 のように不安グラフをかいている。この不安グラフの点線で囲った部分の局面、「問いをみて方針がみつからなかった」と書かれた不安が増加した部分と、その後の「解決の方針が思いついてきた」と話された不安が減少した部分からなる局面、を取り上げる。健はこの局面を振り返って、インタビューで次のように応えている。

健 : ~省略~ 想定と違う問題がきて、ちょっと方針

12 数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスへの着目とその具体化

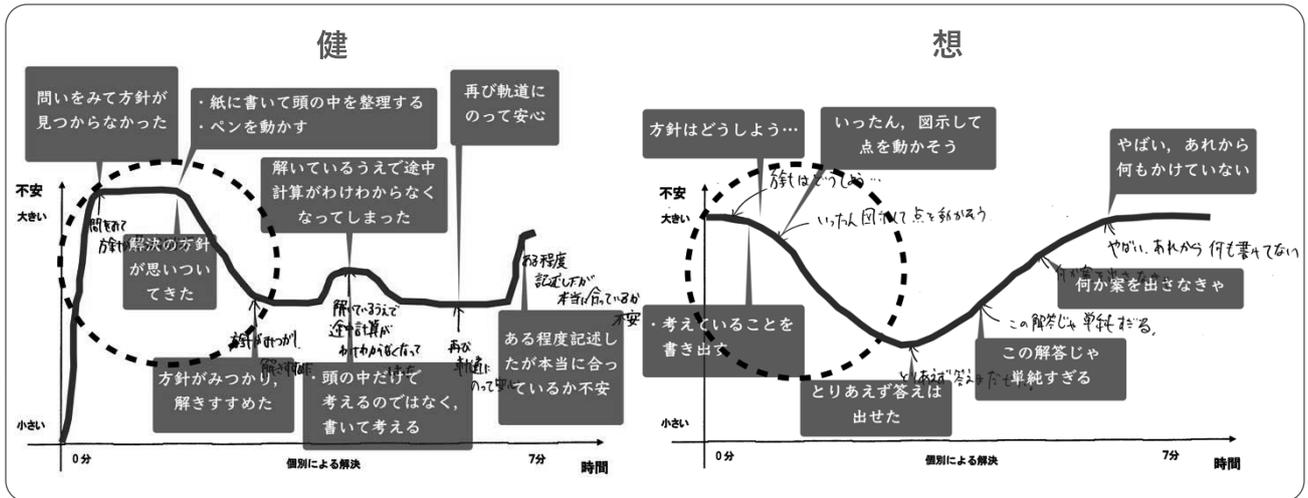


Fig.2 健と想が個別での解決後にかいた不安グラフ

がみつからないのが、「問いをみて方針がみつからなかった」というところで、徐々に徐々にこの方法なら、この定理なら使えるんじゃないかっていうのが、このグラフの下がっているところで思いつき始めて、「方針がみつかり、解きすすめた」って部分で、一度いい方針じゃないかなってことで、ちょっと不安が和らいだという感覚で、～省略～

質問者: 問いをみて方針が見つからなくて不安が増加して、その後減少しているじゃないですか、そのときに意識して行っていたこと、不安が減少するきっかけになったことがあれば、詳しくお話ししていただきたいと思うんですが…

健 : ～省略～ 頭の中だけでは整理がつかない場面っていうのもやっぱり多々出てくるので、比較的紙とかに書くようにしています。紙で視覚化して、頭の中が整理できるように、とりあえずペンを動かして、あっても間違ってもペンを動かしてみて、どんどん答えをみつけようという動きはしました。

(2) 想における数学的に問題解決する過程

想は個別での解決の後に、自己の個別での問題解決を振り返って Fig.2 のように不安グラフをかいている。この不安グラフの点線で囲った部分の局面、「方針はどうしよう…」と書かれた不安が増加した部分と、その後の「いったん、図示して点を動かそう」と書かれた不安が減少した部分からなる局面、を取り上げる。想はこの局面を振り返って、インタビューで次のように応えている。

想 : 問題を見たときに、どう解いたらいいかの方針がわからなくて、やばい、このまま7分経っちゃうんじゃないかっていうので、最初不安が大きいところから始まりまして、何か書かなきゃいけないなって思って、自分で問題の点を動かして、自分で解答をとりあえず書こうと思って、図示し出して不安が少しずつ少なくなって、とりあえず解答っていう解答は出せなかったけど、たぶんこれが答えなんじゃないかなっていうのを図示できたので一端不安は下がったかな…、でも解答っていう解答はできてないから不安がめっちゃ小さいかと言われると、そうじゃないなあと、それで真ん中らへんで～省略～

質問者: 最初の不安いっぱいの状態から「一端図示して点を動かそう」のところでは不安が減少していると思うんですが、そのときに不安になったけど、不安を減らすために意識して行っていたこと、不安が減少するきっかけになったことがあれば、詳しくお話ししていただきたいと思うんですが…

想 : 問題を見るだけで、んーってずっと考えていても進展がないので、不安が解消されないのかなと思って、解いているときに不安は意識していないんですけど、進展しないのかなと思って、とりあえず書き出す、何でもいからメモ欄に自分が思っていることを書き出したのが、アイデアが浮かぶんじゃないかなと思って、不安が解消されたのかな、そこが不安が解消されたときの出発点と言いますか、メモに自分の考えを書き出したのが出発点でした。

5 議論

事例研究を通して、不安の情意変化を、児童生徒が受け止め、ポジティブにとらえ、解決過程の遂行に向けて目の前の状況を変えていこうとする情動の様相を、中断された遂行を回復する局面でとらえた。中断された遂行の回復は、自己が置かれた問題解決の状況と自己が期待する問題解決の状況との間のギャップの程度が小さくなると解決者により評価されることであり、レジリエンスが生じる契機が次の2つの行為にあることが示唆された；自己が置かれた問題解決の状況を変える行為と、自己が期待する問題解決の状況を変える行為、である。

(1) 自己が置かれた問題解決の状況を変える行為

健の不安グラフの点線で囲った部分の局面で、健に不安の増加がみられる。この不安の増加は、不安の情意変化をとらえる理論的枠組みにおいては、次のように解釈される。「解決の方針が見つからない」という自己が置かれた問題解決の状況があり、その一方で、「自力できっと解決できる」という信念があると想定されることから、「解決の方針が見つかる」という自己が期待する問題解決の状況があり、健は自己が置かれた問題解決の状況と自己が期待する問題解決の状況とのギャップの程度の評価をし、不一致として価値判断したと考えられる。

その後、不安の減少がみられる。この局面についての質問者の質問に対する健の回答にあるように、解決の遂行に向けて、意識的に「紙に書いて頭の中を整理できるようにした」ことが回復する方向へ向かうきっかけ、そのとき「ペンを動かす」ことを意識的に行っていたことがわかる^{註3}。この不安の減少は、不安の情意変化をとらえる理論的枠組みにおいては、次のように解釈される。自己が置かれた問題解決の状況を「解決の方針が見つからない」から「解決の方針が思いついてきた」に変えていると考えられる。健は「解決の方針が思いついてきた」という自己が置かれた問題解決の状況と「解決の方針が見つかる」という自己が期待する問題解決とのギャップの程度の評価をし、ギャップが小さくなったとして価値判断したと考えられる。このように、自己が

置かれた問題解決の状況と自己が期待する問題解決の状況との間のギャップの程度が小さくなると評価される契機は、自己が置かれた問題解決の状況を変える行為にあることが示唆された。

(2) 自己が期待する問題解決の状況を変える行為

想の不安グラフの点線で囲った部分の局面で、想到不安の増加がみられる。この不安の増加は、不安の情意変化をとらえる理論的枠組みにおいては、次のように解釈される。「解決の方針がわからない」という自己が置かれた問題解決の状況があり、その一方で、「じっと考えていても進展しない」という信念があると想定されることから、「解決できた」という自己が期待する問題解決の状況があり、想は自己が置かれた問題解決の状況と自己が期待する問題解決の状況とのギャップの程度の評価をし、不一致として価値判断したと考えられる。

その後、不安の減少がみられる。この局面についての質問者の質問に対する健の回答にあるように、解決の遂行に向けて、意識的に「考えていることを書き出す」ことが回復する方向へ向かうきっかけ、そのとき「図示して考える」ことを意識的に行っていたことがわかる^{註3}。この不安の減少は、不安の情意変化をとらえる理論的枠組みにおいては、次のように解釈される。自己が期待する問題解決の状況を「解決できた」から「自分の考えを図示する」に変えていると考えられる。想は「解決の方針がわからない」という自己が置かれた問題解決の状況と「自分の考えを図示する」という自己が期待する問題解決とのギャップの程度の評価をし、想はギャップが小さくなったとして価値判断したと考えられる。このように、自己が置かれた問題解決の状況と自己が期待する問題解決の状況との間のギャップの程度が小さくなると評価される契機は、自己が期待する問題解決の状況を変える行為にあることが示唆された。

6 まとめと今後の課題

本研究では、レジリエンスを児童生徒における自己効力感の向上や自尊心の育成の鍵となる概念で

14 数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスへの着目とその具体化

あるととらえ、数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスに着目した。その教育的な意義は、算数・数学の授業過程ならびに数学的に問題解決する過程で、困惑に直面し生じる不安の情意変化を、聴覚障害児童生徒が受け止め、ポジティブにとらえ、解決過程の遂行に向けて目の前の状況を変えていこうとする情動を促したり支えたりすることにある。本研究の目的は、数学的に問題解決する過程を具体的に設定することで、解決者の情動の様相を探る事例研究を通して、レジリエンスを具体化し、それをとらえる視点の一端を明らかにすることであった。

三角形の周長を最小にする3つの頂点の位置を明らかにする場面を設定し、この解決過程で困惑に直面し生じる不安の情意変化を解決者がどのように受け止め、どうとらえ、解決過程の遂行に向けて目の前の状況を変えていこうとするかを分析した。その際、解決者には自らの情意変化をモニタリングすること、目の前にあった状況を振り返って表出することを求める必要があった。そのため、その求めに応じることができる解決者として、本研究では数学教師をめざす大学生を調査対象として、データを収集、分析した。事例研究を通して、数学的に問題解決する過程におけるレジリエンスがより具体化され、それをとらえる視点としてレジリエンスが生じる契機が解決者による行為にあることが示唆された。中断された遂行の回復は、自己が置かれた問題解決の状況と自己が期待する問題解決の状況との間のギャップの程度が小さくなると解決者により評価されることであり、レジリエンスが生じる契機が次の2つの行為にあることが示唆された；自己が置かれた問題解決の状況を変える行為と、自己が期待する問題解決の状況を変える行為、である。

今後の課題は、算数・数学の授業過程ならびに数学的に問題解決する過程において困惑に直面し生じる不安の情意変化を、聴覚障害児童生徒が受け止め、ポジティブにとらえ、解決過程の遂行に向けて目の前の状況を変えていこうとする情動を促したり支えたりするために、自己が置かれた問題解決の状況を

変える行為と、自己が期待する問題解決の状況を変える行為を視点としてレジリエンスをとらえ、児童生徒の心の取り組みに接近すること、併せて、レジリエンスを鍵として、授業研究や数学的活動デザインを、児童生徒における自己効力感の向上や自尊心の育成の具現という観点から再考すること、である。

〔付記〕

本研究は、筑波大学附属聴覚特別支援学校研究倫理審査委員会の承認を受けて実施されたものである。

〔註〕

- *1 本稿で使用している調査対象者の名はすべて仮名であり実名ではない。
- *2 不安グラフとは、横軸と縦軸をそれぞれ時間と不安と固定し、問題解決過程を振り返って自己の不安の情意変化をグラフで表したものである（小原,2024）。
- *3 アンケートの回答でも同様に応えている。

〔引用・参考文献〕

- Grouws, D.A.& Cramer, K.(1989). Teaching Practices and Student Affect in Problem-Solving Lessons of Select Junior-High Mathematics Teachers. In D.B. McLeod & V.M.Adams(Eds.), Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective (pp.20-36). New York: Springer-Verlag.
- 松原元一(1990). 数学の見方考え方 子どもはどのように考えるか. 国土社.
- McLeod, D.B. (1989). The Role of Affect in Mathematical Problem Solving. In D.B. McLeod & V.M.Adams (Eds.), Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective (pp.20-36). New York: Springer-Verlag.
- 森本明・小原舞音 他3名(2023). 算数授業過程の子どもにおける式の見方の様相とその変容に関する事例的考察. 白鷗大学教育学部論集, 17(2), 101-120.
- 中島健三(1985). 算数・数学教育と問題解決 1 研究理論編. 金子書房.
- 小原舞音(2024). 不安の情意変化の分析に基づく数学の授業過程における数学的活動とそのデザインの再概念化：子どもの情動的な経験と自己効力感に光をあてて. 福島大学大学院人間発達文化研究科教育実践報告第6号, 21-40.
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D.A.Grows (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 334-370). New York: Macmillan.